

單元 14 基礎題類題

1. 設拋物線  $\Gamma$  之方程式為  $\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \frac{|y-4|}{\sqrt{0^2+1^2}}$ ，請求下列各題：

- (1)  $\Gamma$  之焦點坐標為\_\_\_\_\_。
- (2)  $\Gamma$  之準線方程式為\_\_\_\_\_。
- (3)  $\Gamma$  之對稱軸方程式為\_\_\_\_\_。
- (4)  $\Gamma$  之焦距為\_\_\_\_\_。

2. 拋物線  $x^2 - 2x + 8y + 17 = 0$ ，請求下列各題：

- (1) 頂點坐標為\_\_\_\_\_。
- (2) 焦點坐標為\_\_\_\_\_。
- (3) 對稱軸方程式為\_\_\_\_\_。
- (4) 準線方程式為\_\_\_\_\_。
- (5) 焦距為\_\_\_\_\_。

3. 一拋物線之對稱軸平行於  $x$  軸，且過  $(0, 4)$ ， $(0, 2)$  及  $(16, 0)$  三點，則拋物線方程式為\_\_\_\_\_。

4. 已知一拋物線之準線為  $y = -2$ ，焦點坐標為  $(-1, 2)$ ，則拋物線方程式為\_\_\_\_\_。

5. 設橢圓方程式為  $\sqrt{(x-2)^2+(y-6)^2} + \sqrt{(x-2)^2+(y+2)^2} = 10$ ，請求下列各題：

- (1) 焦點坐標為\_\_\_\_\_。
- (2) 中心坐標為\_\_\_\_\_。
- (3) 頂點坐標為\_\_\_\_\_。
- (4) 長軸長為\_\_\_\_\_。
- (5) 短軸長為\_\_\_\_\_。
- (6) 對稱軸方程式為\_\_\_\_\_。
- (7) 橢圓上之任一點  $P$  至兩焦點之距離和為\_\_\_\_\_。

6. 設橢圓方程式為  $x^2 + 4y^2 + 6x - 8y + 9 = 0$ ，請求下列各題：

- (1) 中心坐標為\_\_\_\_\_。
- (2) 焦點坐標為\_\_\_\_\_。
- (3) 頂點坐標為\_\_\_\_\_。
- (4) 長軸長為\_\_\_\_\_。
- (5) 短軸長為\_\_\_\_\_。
- (6) 對稱軸方程式為\_\_\_\_\_。
- (7) 橢圓上之任一點  $P$  至兩焦點之距離和為\_\_\_\_\_。

7. 若橢圓之兩焦點為  $(1, 4)$ ， $(1, -2)$ ，長軸長為 10，則橢圓方程式為\_\_\_\_\_。

8. 已知橢圓之兩焦點為  $F_1(5, 0)$ ， $F_2(-5, 0)$ ，點  $A$  與  $B$  在橢圓上，且  $\overline{AB}$  過  $F_1$ ，若  $\triangle ABF_2$  周長為 52，則橢圓方程式為\_\_\_\_\_。

9. 已知橢圓之長軸在直線  $y = -1$  上，短軸在  $x = 2$  上，短軸長為長軸長的  $\frac{5}{13}$  倍，且中心到焦點的距離為 12，則橢圓方程式為\_\_\_\_\_。

10. 設雙曲線方程式為  $|\sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2} - \sqrt{(x-2)^2 + (y+6)^2}| = 8$ ，請求下列

各題：

(1) 焦點坐標為\_\_\_\_\_。

(2) 中心坐標為\_\_\_\_\_。

(3) 頂點坐標為\_\_\_\_\_。

(4) 實軸長為\_\_\_\_\_。

(5) 共軛軸長為\_\_\_\_\_。

(6) 對稱軸方程式為\_\_\_\_\_。

(7) 漸近線方程式為\_\_\_\_\_。

(8) 雙曲線上之任一點  $P$  至兩焦點之距離差的絕對值為\_\_\_\_\_。

11. 設雙曲線方程式為  $16x^2 - 9y^2 + 64x + 18y - 89 = 0$ ，請求下列各題：

- (1) 中心坐標為\_\_\_\_\_。
- (2) 焦點坐標為\_\_\_\_\_。
- (3) 頂點坐標為\_\_\_\_\_。
- (4) 實軸長為\_\_\_\_\_。
- (5) 共軛軸長為\_\_\_\_\_。
- (6) 對稱軸方程式為\_\_\_\_\_。
- (7) 漸近線方程式為\_\_\_\_\_。
- (8) 雙曲線上之任一點  $P$  至兩焦點之距離差的絕對值為\_\_\_\_\_。

12. 一雙曲線的實軸長為 8，焦點為  $(1, 7)$ ， $(1, -3)$ ，則此雙曲線的標準式為\_\_\_\_\_。

13. 若  $-\frac{x^2}{k} + \frac{y^2}{25} = 1$  為等軸雙曲線，則  $k =$ \_\_\_\_\_。

14. 若  $-\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$  與  $\Gamma$  互為共軛雙曲線，則  $\Gamma$  之方程式為\_\_\_\_\_。

15. 已知雙曲線  $\Gamma: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ ，將  $\Gamma$  依向量  $\vec{u} = (-2, 1)$  平移得一新雙曲線  $\Gamma'$ ，則  $\Gamma'$  之方程式為\_\_\_\_\_。

16. 已知雙曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ ，將 $\Gamma$ 以原點為中心， $x$ 方向伸縮2倍、 $y$ 方向伸縮3倍，可得一新雙曲線 $\Gamma'$ ，則 $\Gamma'$ 之方程式為\_\_\_\_\_。

17. 方程式 $\sqrt{(x-2)^2 + (y-6)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (y+2)^2} = 2a$ ，其中 $a$ 為實數

(1) 若 $\Gamma$ 之圖形表一橢圓，則 $a$ 的範圍為\_\_\_\_\_。

(2) 若 $\Gamma$ 之圖形表一線段，則 $a$ 的值為\_\_\_\_\_。

(3) 若 $\Gamma$ 之圖形不存在，則 $a$ 的範圍為\_\_\_\_\_。

18. 設 $F_1(1, 7)$ 與 $F_2(1, -3)$ ， $P$ 為同一平面上任一點，令 $\Gamma$ 為 $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = k$ 的圖形

(1) 若 $\Gamma$ 為雙曲線，則 $k$ 的範圍為\_\_\_\_\_。

(2) 若 $\Gamma$ 為兩射線，則 $k$ 的值為\_\_\_\_\_。

(3) 若 $\Gamma$ 為一直線，則 $k$ 的值為\_\_\_\_\_。

(3) 若 $\Gamma$ 不存在，則 $k$ 的範圍為\_\_\_\_\_。

19. 設 $\Gamma: \frac{x^2}{t+3} + \frac{y^2}{1-t} = 1$

(1) 若 $\Gamma$ 的圖形為圓，則 $t$ 的值為\_\_\_\_\_。

(2) 若 $\Gamma$ 的圖形為橢圓且長軸在 $y$ 軸上，則 $t$ 的範圍為\_\_\_\_\_。

(3) 若 $\Gamma$ 的圖形為雙曲線且焦點在 $x$ 軸上，則 $t$ 的範圍為\_\_\_\_\_。

20. 若一橢圓 $\Gamma$ 與 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 共焦點且 $\Gamma$ 之短軸長為8，則橢圓 $\Gamma$ 之方程式為\_\_\_\_\_。

21. 已知一雙曲線的兩焦點與橢圓  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  的兩個焦點都相同，且實軸長是 2，則此雙曲線的方程式為\_\_\_\_\_。

Ans:

1. (1)  $(-1, 2)$  (2)  $y-4=0$  (3)  $x=-1$  (4) 1

2. (1)  $(1, -2)$  (2)  $(1, -4)$  (3)  $x=1$  (4)  $y=0$  (5) 2

3.  $x=2y^2-12y+16$

4.  $(x+1)^2=8y$

5. (1)  $(2, 6)$ ,  $(2, -2)$  (2)  $(2, 2)$  (3)  $(2, 7)$ ,  $(2, -3)$ ,  $(5, 2)$ ,  $(-1, 2)$   
(4) 10 (5) 6 (6)  $x=2$ 與 $y=2$  (7) 10

6. (1)  $(-3, 1)$  (2)  $(-3\pm\sqrt{3}, 1)$  (3)  $(-5, 1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(-3, 2)$ ,  $(-3, 0)$   
(4) 4 (5) 2 (6)  $x=-3$ 與 $y=1$  (7) 4

7.  $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$

8.  $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$

9.  $\frac{(x-2)^2}{169} + \frac{(y+1)^2}{25} = 1$

10. (1)  $(2, 4)$ ,  $(2, -6)$  (2)  $(2, -1)$  (3)  $(2, 3)$ ,  $(2, -5)$  (4) 8 (5) 6  
(6)  $x=2$ 與 $y=-1$  (7)  $4x-3y=11$ 與 $4x+3y=5$  (8) 8

11. (1)  $(-2, 1)$  (2)  $(3, 1)$ ,  $(-7, 1)$  (3)  $(1, 1)$ ,  $(-5, 1)$  (4) 6 (5) 8  
(6)  $x=-2$ 與 $y=1$  (7)  $4x-3y+11=0$ 與 $4x+3y+5=0$  (8) 6

12.  $-\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$

13. 25 14.  $-\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = -1$

15.  $\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$

16.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{81} = 1$

17. (1)  $a > 4$  (2)  $a = 4$  (3)  $a < 4$

18. (1)  $0 < k < 10$  (2)  $k = 10$  (3)  $k = 0$  (4)  $k < 0$ 或 $k > 10$

19. (1)  $-1$  (2)  $-3 < t < -1$  (3)  $t > 1$

20.  $\frac{x^2}{21} + \frac{y^2}{16} = 1$

21.  $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$